

*Provas de Aferição*  
*2.º Ciclo - Matemática*

**RELATÓRIO**

**2011**

## ÍNDICE

---

### PROVA DE AFERIÇÃO DE MATEMÁTICA – 2.º CICLO

<b>Preâmbulo</b> .....	2
<b>1. Apresentação da Prova</b> .....	3
<b>2. Resultados Nacionais Globais</b> .....	5
<b>3. Resultados Nacionais por Área Temática</b> .....	6
<b>4. Resultados Nacionais por Item</b> .....	8
<b>5. Análise de Resultados dos Itens por Área Temática</b> .....	10
5.1. Números e Cálculo .....	10
5.2. Geometria.....	13
5.3. Estatística e Probabilidades.....	17
5.4. Álgebra e Funções.....	18
<b>6. Conclusão</b> .....	20
<b>ANEXO – Descritores dos Itens da Prova</b> .....	21

## PREÂMBULO

A realização da prova de aferição de Matemática do 2.º ciclo, no ano de 2011, foi enquadrada pela aplicação do Decreto-Lei n.º 6/2001, de 18 de janeiro, e teve como referência os documentos curriculares vigentes à data da sua elaboração, designadamente, o Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais, o Programa em vigor e o Novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

Esta prova, aplicada desde 2007 ao universo dos alunos, de acordo com o Despacho n.º 2351/2007, de 14 de fevereiro, possibilita a obtenção de informação sobre o nível de desempenho dos alunos e, conseqüentemente, sobre a aprendizagem desenvolvida por cada aluno, em cada escola/agrupamento de escolas, em cada região e ao nível nacional.

A informação relativa aos resultados da prova é divulgada em diferentes momentos e com diferentes níveis de desagregação. O presente relatório constitui um dos meios utilizados para essa divulgação.

Este relatório, para além de uma desagregação dos resultados por área temática – Números e Cálculo, Geometria, Estatística e Probabilidades, Álgebra e Funções –, de acordo com o prescrito nos documentos de referência atrás mencionados, apresenta também os resultados nacionais por item. Este nível fino de desagregação da informação enriquece uma reflexão coletiva e individual que deverá contribuir para um esforço continuado de melhoria das práticas letivas, com o propósito de elevar a qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos.

Face às alterações enunciadas pelo despacho n.º 17169/2011, de 23 de dezembro, que suspende o CNEB, e tendo em consideração a dimensão prospetiva que a informação contida no documento comporta, realça-se o facto de se ter optado, sempre que possível, por focalizar a análise do desempenho por forma a evidenciar o conhecimento dos conteúdos do programa da disciplina em vigor, que doravante se constitui como referência-chave para a lecionação da disciplina de Matemática neste ciclo de ensino e, por consequência, para a conceção das provas finais nacionais a aplicar, em 2012, no final do 6.º ano de escolaridade, conforme informação n.º 27.12, publicada em 29 de dezembro de 2011.

## 1. APRESENTAÇÃO DA PROVA

A prova permitiu avaliar o desempenho dos alunos tendo em consideração o conhecimento e a compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos nas áreas temáticas de Números e Cálculo, Geometria, Estatística e Probabilidades e Álgebra e Funções, e as capacidades transversais de Resolução de problemas, de Raciocínio matemático e de Comunicação matemática.

Cada item foi construído para avaliar, preferencialmente, conhecimentos de uma das quatro áreas temáticas e uma das capacidades transversais. Contudo, alguns itens abarcaram vários temas e envolveram mais de uma capacidade transversal. No quadro seguinte explicitam-se alguns destes conhecimentos e capacidades.

**Quadro n.º 1 – Conhecimentos e capacidades transversais**

CONHECIMENTOS E CAPACIDADES TRANSVERSAIS	CAPACIDADES ESPECÍFICAS A AVALIAR
CONHECIMENTO E COMPREENSÃO DE CONCEITOS E PROCEDIMENTOS MATEMÁTICOS	- Conhecimento de factos, conceitos e procedimentos matemáticos e sua aplicação a situações simples ou rotineiras.
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	<i>Resolver problemas em contextos matemáticos e em outros contextos</i> - Matematizar uma dada situação. - Aplicar e adaptar uma diversidade de estratégias adequadas à resolução de uma situação. - Interpretar e criticar resultados dentro do contexto de uma situação.
RACIOCÍNIO MATEMÁTICO	- Acompanhar e avaliar cadeias de argumentos matemáticos. - Formular, investigar e validar conjecturas matemáticas. - Formular argumentos matemáticos válidos para justificar opiniões. - Utilizar diversos tipos de raciocínio e métodos de demonstração.
COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA	- Interpretar e utilizar representações matemáticas e «textos» matemáticos. - Comunicar o pensamento matemático ou a estratégia de resolução de um problema de forma coerente e clara, utilizando a linguagem matemática.

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

A prova foi constituída por 27 itens distribuídos por dois cadernos idênticos quanto aos tipos de itens (de escolha múltipla, de resposta curta, de completamento e de resposta aberta), mas diferentes quanto ao número de itens e ao tempo de resolução. O 1.º caderno integrou 15 itens e os alunos dispuseram de 60 minutos para os resolver; o 2.º caderno integrou 13 itens e os alunos dispuseram de 40 minutos para os resolver.

As percentagens indicadas no quadro seguinte ilustram o peso relativo que assumiram na prova o conhecimento de conceitos e procedimentos matemáticos, e cada uma das capacidades transversais, em função do número de itens que lhe pode ser associado.

**Quadro n.º 2 – Percentagem de itens relativa ao conhecimento de conceitos e procedimentos, e a cada capacidade transversal**

<b>Conhecimento de conceitos e capacidades transversais</b>	<b>Percentagem de itens (matriz conceptual)</b>	<b>Percentagem de itens (matriz da prova de 2011)</b>
Conhecimento e compreensão de conceitos e procedimentos matemáticos	45% a 55%	50%
Resolução de problemas	15% a 30%	18%
Raciocínio matemático	15% a 30%	25%
Comunicação matemática	5% a 10%	7%

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

As percentagens indicadas no quadro seguinte ilustram o peso relativo que cada área temática assumiu na prova, em função do número de itens que lhe pode ser associado.

**Quadro n.º 3 – Percentagem de itens, por área temática**

<b>Áreas temáticas</b>	<b>Percentagem de itens (matriz conceptual)</b>	<b>Percentagem de itens (matriz da prova de 2011)</b>
Números e Cálculo	35% a 45%	43%
Geometria	35% a 45%	39%
Estatística e Probabilidades	10% a 15%	11%
Álgebra e Funções	5% a 10%	7%

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

## 2. RESULTADOS NACIONAIS GLOBAIS

A prova foi realizada pelos alunos do 6.º ano de escolaridade, envolvendo todas as escolas públicas e privadas. A classificação final dos alunos na prova de aferição foi calculada com base nos seus níveis de desempenho, medidos em pontos percentuais: foram atribuídas pontuações aos códigos dos itens e a soma dos pontos obtida por cada aluno foi convertida em percentagem da pontuação máxima possível.

O quadro n.º 4 apresenta a distribuição dos alunos pelos cinco níveis de classificação adotados para descrever o seu desempenho. Cada nível corresponde a um dos intervalos em que foi dividida a escala de pontos percentuais, com a seguinte designação: A – Muito Bom; B – Bom; C – Satisfaz; D – Não Satisfaz; E – Não Satisfaz. A sua leitura permite verificar que mais de 30% dos alunos foram classificados no nível C e cerca de 33% obtiveram nível A ou B. A média nacional foi de 58% com um desvio padrão de 21%.

**Quadro n.º 4 – Classificação final, por níveis**

Nível	N.º de alunos	%
<b>A</b>	8195	7,0
<b>B</b>	29981	25,7
<b>C</b>	36133	30,9
<b>D</b>	38665	33,1
<b>E</b>	3805	3,3
<b>Total</b>	<b>116779</b>	<b>100,0</b>
	<b>Média</b>	58,0%
	<b>Desvio-padrão</b>	21,2%

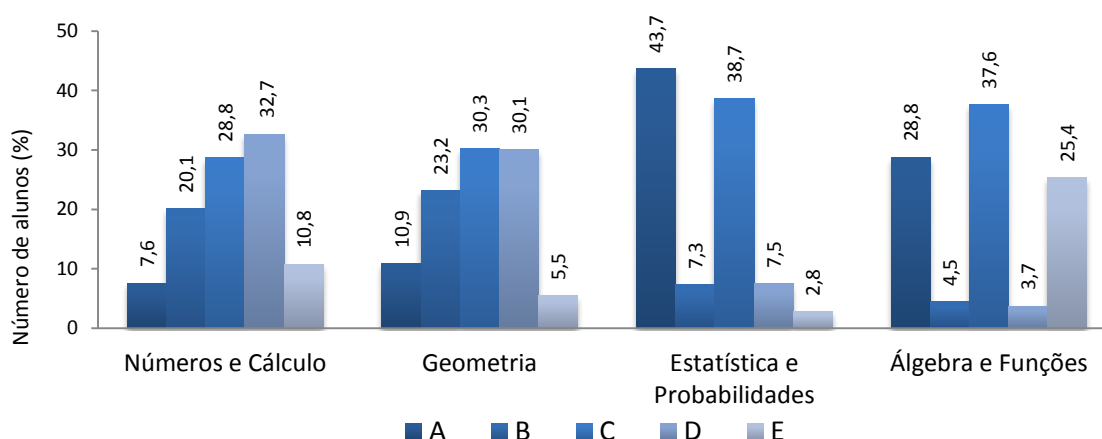
Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

### 3. RESULTADOS NACIONAIS POR ÁREA TEMÁTICA

Além dos níveis globais de desempenho dos alunos foram também divulgados os seus níveis de desempenho em cada área temática. Estes níveis devem ser entendidos como uma referência que pode ilustrar a aprendizagem em cada um dos aspetos considerados.

O gráfico n.º 1 mostra a distribuição dos alunos pelos cinco níveis de desempenho em cada uma das quatro áreas temáticas. Nas áreas de Números e Cálculo e de Geometria, as distribuições são bastante semelhantes, predominando os níveis C e D, logo seguidos do nível B. Na área de Estatística e Probabilidades, as classificações dos alunos distribuem-se essencialmente pelos níveis A e C, sendo os outros três níveis muito reduzidos. Na área de Álgebra e Funções, os resultados repartem-se predominantemente pelos níveis C, A e E, sendo os níveis B e D muito reduzidos. A área em que o nível E assume maior valor percentual é Álgebra e Funções, seguida da área de Números e Cálculo.

**Gráfico n.º 1 - Resultados das provas de aferição de Matemática do 2.º ciclo por áreas e níveis (%)**



Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

O quadro n.º 5 permite fazer uma leitura do desempenho global dos alunos, por área temática, através da percentagem de itens com respostas totalmente corretas. Apesar da disparidade entre o número de itens das quatro áreas temáticas (ver quadro n.º 3), as percentagens apresentadas neste quadro permitem concluir que:

- a área em que os alunos apresentam melhor desempenho é Estatística e Probabilidades, com média de 77%;
- as áreas em que os alunos apresentam pior desempenho são Números e Cálculo, e Álgebra e Funções, com médias de 49% e 50%, respetivamente.
- mais de metade dos alunos (54%) apresenta de quatro a oito respostas corretas aos 12 itens de Números e Cálculo.

- 67% dos alunos apresentam de quatro a oito respostas corretas aos 11 itens de Geometria.

**Quadro n.º 5 - Percentagem de respostas totalmente corretas por área temática**

N.º de respostas corretas	Área Temática			
	Números e Cálculo	Geometria	Estatística e Probabilidades	Álgebra e Funções
	(%)	(%)	(%)	(%)
1	5,3	1,8	7,9	41,9
2	7,6	4,1	45,4	28,8
3	9,6	7,3	43,7	----
4	10,7	11,2	----	----
5	11,2	14,5	----	----
6	11,2	15,7	----	----
7	10,8	14,1	----	----
8	10,0	11,5	----	----
9	8,4	9,0	----	----
10	6,7	6,8	----	----
11	4,4	3,6	----	----
12	1,9	----	----	----
Média (%)	48,7	56,5	76,7	49,7

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

Quando as respostas aos itens são tratadas como *politómicas*, ou seja, quando se atribui pontuação não só às respostas totalmente corretas mas também às respostas parcialmente corretas, as médias sofrem, naturalmente, um aumento. O quadro n.º 6 mostra as percentagens médias de respostas total e parcialmente corretas em cada área temática.

**Quadro n.º 6 - Percentagem média de respostas total e parcialmente corretas**

Áreas temáticas	Respostas total e parcialmente corretas (%)
Números e Cálculo	53,1
Geometria	58,6
Estatística e Probabilidades	78,2
Álgebra e Funções	54,3

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.



#### 4. RESULTADOS NACIONAIS POR ITEM

As respostas dos alunos foram codificadas através de códigos que correspondem a níveis diferenciados de desempenho. A codificação das diversas respostas aos itens é variada, de acordo com o formato do item e com o tipo de desempenho previsto. Alguns itens têm códigos com dois dígitos. O primeiro dígito corresponde ao nível de desempenho da resposta do aluno. O segundo dígito usa-se para codificar diferentes tipos de respostas.

O quadro n.º 7 mostra as percentagens de respostas por código, para cada item. Para uma reflexão mais aprofundada do desempenho dos alunos, sugere-se que a leitura dos resultados apresentados no quadro seja completada com uma análise do que se pretende avaliar com cada item (ver Anexo) e do significado dos respetivos códigos (ver documento *Crítérios de Codificação*<sup>1</sup>). A leitura deste quadro permite formular algumas conclusões genéricas:

- A percentagem de alunos que não responderam (código X) é relativamente baixa em todos os itens. Ainda assim, aqueles que apresentam percentagens mais elevadas de ausência de resposta são: com 11%, o item 14, que propõe um problema de Números e Cálculo; com 14%, o item 18, de comunicação de Geometria; e com 13% o item 20, que apresenta um problema da área de Geometria.
- Os dois itens em que os alunos obtiveram melhor desempenho, com percentagens de respostas codificadas com código máximo superiores a 90%, são os itens 9.1 e 9.3. Ambos avaliam a capacidade dos alunos na leitura e interpretação de dados estatísticos apresentados num pictograma.
- As percentagens de respostas incorretas, às quais foram atribuídos os códigos 0, 00, 01, 02 e 03 são muito diversificadas, assumindo desde valores inferiores a 10%, nos itens 9.1 e 9.3, até valores superiores a 55%, nos itens 5, 11, 14, 16.3, 19.2 e 20.
- Os itens 14 e 20, de Números e Cálculo e de Geometria, respetivamente, são os itens em que os alunos apresentaram percentagens mais baixas de respostas classificadas com código máximo (19% e 16%, respetivamente).
- Importa ainda observar o modo como se distribuíram as respostas dos alunos aos itens de escolha múltipla pelas opções incorretas: nos itens 10 e 16.1 destaca-se a escolha de uma opção de resposta incorreta em particular; nos itens 7 e 19.2 há duas opções de resposta que mereceram as preferências dos alunos; nos itens 4.3 e 9.3 as respostas distribuíram-se de modo relativamente equilibrado por todas as opções incorretas.

<sup>1</sup> Acesso em [http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=7&fileName=PA\\_MAT\\_CC\\_2C\\_2011.pdf](http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=7&fileName=PA_MAT_CC_2C_2011.pdf)

**Quadro n.º 7 - Resultados Nacionais por Item**

Código	Itens																											
	1	2	3	4.1	4.2	4.3	5	6	7	8	9.1	9.2	9.3	10	11	12	13	14	15	16.1	16.2	16.3	17	18	19.1	19.2	20	21
X	1,2	3,2	1,5	0,2	0,2	0,1	5,3	8,6	0,2	3,6	0,2	5,7	0,1	0,3	6,0	3,3	8,6	10,7	3,0	0,5	2,7	5,8	0,4	14,4	2,6	0,8	13,2	8,6
00/0	51,9	16,5	23,1	13,8	28,6	0,2	28,7	44,6	0,2	38,3	6,6	40,7	0,3	0,4	56,4	23,4	51,8	57,3	12,9	2,6	33,8	56,5	11,5	46,6	26,5	0,5	56,8	36,0
01	---	---	---	---	---	3,4	27,3	---	12,1	---	---	---	2,2	21,6	---	---	---	---	12,5	2,2	---	---	---	---	---	28,7	---	---
02	---	---	---	---	---	6,5	---	---	14,6	---	---	---	2,3	11,0	---	---	---	---	---	4,8	---	---	---	---	---	5,0	---	---
03	---	---	---	---	---	3,5	---	---	1,9	---	---	---	3,3	8,0	---	---	---	---	---	15,7	---	---	---	---	---	23,1	---	---
11	---	0,2	---	---	---	86,3	0,9	---	71,0	1,5	---	0,6	91,8	58,7	0,1	---	5,2	4,0	5,5	74,2	2,0	---	---	2,3	13,3	41,9	1,6	1,6
12	---	11,1	---	---	---	---	5,6	---	---	13,6	---	3,0	---	---	3,2	---	2,4	7,9	---	---	2,6	---	---	1,4	8,5	---	4,8	2,4
13	---	7,2	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	0,5	---	---	11,1	---	---	---	2,3
1	46,9	---	75,4	86,0	71,2	---	---	46,8	---	---	93,2	---	---	---	---	73,3	---	---	---	---	---	37,7	88,1	---	---	---	---	---
21	---	0,9	---	---	---	---	4,6	---	---	1,9	---	5,0	---	---	0,8	---	1,7	1,6	66,1	---	58,4	---	---	24,2	4,8	---	7,6	9,3
22	---	0,8	---	---	---	---	---	---	---	---	---	45,0	---	---	3,6	---	30,3	---	---	---	---	---	---	---	44,3	---	---	39,8
31	---	4,6	---	---	---	---	1,6	---	---	41,1	---	---	---	---	1,7	---	---	18,5	---	---	---	---	---	---	---	---	16,0	---
32	---	55,5	---	---	---	---	26,0	---	---	---	---	---	---	---	28,2	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

## 5. ANÁLISE DE RESULTADOS DOS ITENS POR ÁREA TEMÁTICA

Neste capítulo apresenta-se uma análise mais pormenorizada dos resultados dos alunos em alguns itens da prova. A análise está agrupada por área temática e tem por objetivo explicitar os aspetos que se pretenderam avaliar em cada um dos itens, bem como o desempenho global dos alunos nesses itens, mostrando, sempre que possível, erros e más conceções ou dificuldades que os padrões de resposta dos alunos permitiram evidenciar. São ainda apresentadas algumas implicações destes resultados para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

### 5.1. Números e Cálculo

No quadro n.º 8 estão registados os doze itens da área temática de Números e Cálculo, as capacidades e conhecimentos matemáticos que avaliam, e uma descrição sumária de cada um. Os itens estão dispostos por ordem crescente da sua dificuldade.

**Quadro n.º 8 – Itens ordenados por índice de dificuldade – Números e Cálculo**

Item	Conhecimentos e capacidades	Descrição sumária
3	Conceitos e procedimentos	Escrever a fração que corresponde a uma parte da unidade.
16.1	Conceitos e procedimentos	Identificar um número que é um divisor comum a vários números.
12	Conceitos e procedimentos	Escrever uma expressão numérica na forma de potência.
2	Conceitos e procedimentos	Calcular o valor de uma expressão numérica envolvendo racionais não negativos e a prioridade dos parêntesis. Apresentar os passos seguidos ao efetuar o cálculo.
19.1	Raciocínio matemático	Resolver uma situação envolvendo cálculos com grandes números e a comparação dos resultados obtidos.
10	Comunicação matemática	Identificar a afirmação que traduz a aplicação de um critério de divisibilidade por 4 fornecido.
21	Conceitos e procedimentos	Efetuar a divisão de dois números representados na forma de fração e apresentar o resultado na forma de fração irredutível.
6	Conceitos e procedimentos	Compor um número representado na forma decimal.
19.2	Raciocínio matemático	Identificar a representação gráfica de um conjunto de números com base na sua comparação.
13	Raciocínio matemático	Utilizar o raciocínio proporcional na resolução de uma situação.
5	Resolução de problemas	Resolver um problema envolvendo o conceito de fração e apresentar a estratégia usada. Efetuar cálculos.
14	Resolução de problemas	Resolver um problema envolvendo o conceito de múltiplo de um número e apresentar a estratégia usada.

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

De um modo geral, verificou-se que os alunos apresentaram um nível de desempenho mais elevado nos itens desta área que avaliam o conhecimento e a compreensão de conceitos e procedimentos do que nos itens que avaliam o raciocínio e a resolução de problemas.

Os itens 3, 12 e 16.1 são os itens de Números e Cálculo nos quais os alunos obtiveram maior sucesso, todos com mais de 70% de respostas codificadas com os códigos máximos.

A relativa facilidade do item 10, de comunicação matemática, com cerca de 59% dos alunos a assinalarem a opção correta, deve-se em grande parte ao seu formato – escolha múltipla. Cerca de 22% dos alunos assinalaram a primeira das opções incorretas, *o número 5716 é divisível por 4, porque o dividi por 4 e deu resto zero*, revelando conhecimento do significado do conceito “ser divisível”, mas não interpretando corretamente o critério de divisibilidade apresentado.

Os itens de resolução de problemas, itens 5 e 14, continuaram a ser os itens em que os alunos apresentaram níveis de desempenho mais baixos. O item 5 é um problema cuja resolução envolve a aplicação do conceito de fração como *parte-todo*, numa situação contextualizada. A Figura 1 mostra o item 5.

**5. A Matilde comprou três livros. Cada livro custou 6 euros.**

Na compra dos livros, a Matilde gastou  $\frac{2}{5}$  do dinheiro que tinha levado para as férias.

Quanto dinheiro tinha a Matilde levado para as férias?

Mostra como chegaste à tua resposta.

*Figura 1.* Item 5 da prova de aferição de Matemática do 2.º ciclo de 2011

Fonte: GAPE – Provas de Aferição 2011.

Para resolver este problema, os alunos tinham de encontrar uma estratégia que lhes permitisse calcular o *todo* (o dinheiro que a Matilde tinha levado para férias) a partir do conhecimento de uma sua *parte não unitária* (a parte do dinheiro que a Matilde gastou na compra dos três livros).

Quase todos os alunos tentaram resolver o problema, apenas 5% não faz qualquer tentativa de resolução, no entanto, apenas 26% apresentaram resoluções que foram codificadas com o código máximo.

Cerca de 10% dos alunos apresentaram respostas que evidenciaram alguma compreensão da relação parte-todo, expressa no problema, mas cometeram erros que os impediram de chegar à resposta correta como, por exemplo, erros aritméticos, assumir que os dois quintos do dinheiro gasto correspondem ao preço de um só livro, ou não registar a resposta correta,

entre outros. Mais de metade dos alunos apresentaram respostas que foram codificadas com código 00 (29%) ou código 01 (27%), não revelando compreensão do problema.

A resolução de problemas envolvendo números escritos na forma de fração continuou a revelar-se problemática para muitos alunos que revelaram dificuldades quer na realização de cálculos com estes números, em particular quando se trata da divisão, quer na interpretação das situações em que eles surgem. Muitos alunos responderam com um total inferior à parte que foi gasta, revelando falta de capacidade crítica face à plausibilidade das soluções a que chegaram.

O item 14, apresentado na Figura 2, é um problema que envolve múltiplos de 3 e de 5. É o segundo item mais difícil da prova, quase 70% dos alunos ou apresentaram respostas que foram codificadas com o código 00, ou não responderam.

**14. Numa loja há entre 30 e 50 moinhos em miniatura.**

A empregada da loja agrupou-os 5 a 5 e sobrou-lhe um moinho.

Depois, agrupou-os 3 a 3 e não sobrou nenhum.

Quantos moinhos há na loja?

Mostra como chegaste à tua resposta.

---

*Figura 2.* Item 14 da prova de aferição de Matemática do 2.º ciclo de 2011

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

Para resolver este problema, os alunos tinham de identificar e interpretar as condições apresentadas no texto do item, e procurar uma estratégia de resolução que lhes permitisse conciliar todas as condições. Algumas das causas do insucesso neste item têm a ver com dificuldades na conciliação de todas as condições do problema e na interpretação do significado da expressão *sobrou-lhe 1 moinho*. Trata-se de um item, onde a capacidade de comunicação, quer na interpretação do texto, quer na explicitação da estratégia utilizada, assume um papel preponderante, a par da descoberta de uma estratégia de resolução adequada.

Quanto aos itens de escolha múltipla, com os quais se pretendia avaliar a comunicação matemática (item 10), o conhecimento de conceitos (item 16.1) e o raciocínio matemático (item 19.2), a observação da tabela com os resultados nacionais por item revela padrões de respostas distintos. No item 10, as respostas dos 41% de alunos que não assinalaram a opção correta, distribuíram-se de modo assimétrico pelas opções incorretas, com destaque para a primeira destas opções, que foi assinalada por mais de 20% dos alunos.

No item 16.1, mais de metade dos 26% de alunos que não identificaram a opção correta, o *número de quadradinhos de cada figura é múltiplo de 4*, assinalaram a opção incorreta que contém o número 8, que traduz o padrão de crescimento do número de quadradinhos da sequência de figuras. No item 19.2, os 58% dos alunos que não identificaram a opção que contém o *gráfico que representa o número de selos vendidos de cada tipo*, dividem-se entre a primeira (29% dos alunos) e a terceira opções incorretas (23% dos alunos).

Os resultados nacionais obtidos na área de Números e Cálculo continuaram a revelar a existência de dificuldades na resolução de problemas, em particular naqueles onde a comunicação matemática assume um aspeto decisivo, seja na interpretação dos enunciados do problema, na explicitação do trabalho desenvolvido ou ainda na plausibilidade das soluções apresentadas.

## 5.2. Geometria

No quadro n.º 9 apresentam-se os 11 itens da área temática de Geometria, as capacidades e conhecimentos matemáticos que avaliam, e uma descrição sumária de cada um. Os itens estão dispostos por ordem crescente da sua dificuldade.

**Quadro n.º 9 – Itens ordenados por índice de dificuldade – Geometria**

Item	Conhecimentos e capacidades	Descrição sumária
17	Raciocínio matemático	Escrever o número de faces invisíveis de um sólido.
4.3	Raciocínio matemático	Identificar a planificação de um sólido geométrico, dada uma sua representação.
4.1	Conceitos e procedimentos	Escrever o número de vértices de um sólido geométrico, dada uma sua representação.
4.2	Conceitos e procedimentos	Escrever o número de arestas de um sólido geométrico, dada uma sua representação.
7	Conceitos e procedimentos	Identificar a medida de um ângulo com base no conhecimento da medida de um ângulo raso.
15	Conceitos e procedimentos	Construir um triângulo escaleno, dadas as medidas dos seus lados.
1	Conceitos e procedimentos	Escrever o número de eixos de simetria de uma figura.
16.3	Conceitos e procedimentos	Calcular o perímetro de uma figura geométrica, formada por quadradinhos, dada a medida do lado do quadradinho.
11	Resolução de problemas	Resolver um problema que envolve os conceitos de área e de perímetro. Desenvolver uma estratégia adequada de resolução do problema e apresentá-la. Efetuar cálculos.
18	Comunicação matemática	Escrever uma característica geométrica das pirâmides que as distingue dos prismas.
20	Resolução de problemas	Resolver um problema que envolve a visualização e o raciocínio espacial, e apresentar a estratégia usada. Efetuar cálculos. Utilizar unidades de medida.

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

Os itens 17 e 4.3, de raciocínio matemático, e o item 4.1, de conceitos e procedimentos, foram os itens de Geometria em que os alunos apresentaram melhor desempenho, todos com percentagens de respostas corretas superiores a 85%. Os itens 11 e 20, de resolução de problemas, e o item 18, de comunicação matemática, são os itens em que os alunos apresentaram níveis de desempenho mais baixos, com percentagens de respostas codificadas com código máximo inferiores a 30%.

O problema apresentado no item 20 revelou-se ser o item mais difícil de toda a prova: 70% das respostas dos alunos foram codificadas com código X ou 00, e apenas 16% foram codificadas com o código máximo. A Figura 3 mostra o item 20 da prova de aferição.

**20.** O presente que a Matilde comprou para a avó vem numa caixa. A caixa tem a forma de um cilindro, com 20 cm de altura e bases de 30 cm de diâmetro.



A Matilde comprou 2,5 m de fita para decorar a caixa como mostra a figura.

A fita cruza no centro da base e no centro da tampa da caixa.

Com a fita, a Matilde vai fazer também um nó e um laço no cimo da caixa.

Quantos centímetros de fita sobram para a Matilde fazer o nó e o laço?

Mostra como chegaste à tua resposta.

*Figura 3.* Item 20 da Prova de Aferição de Matemática do 2.º ciclo de 2011

Fonte: GAPE – Provas de Aferição 2011.

A resolução deste problema envolveu a interpretação do texto de suporte do item e a capacidade de visualização das porções de fita que não estão visíveis no desenho da caixa. Para resolver o problema, os alunos tinham de compreender que: (i) além das duas porções de fita que se cruzam no topo da caixa, há outras duas de igual comprimento que se cruzam na sua base; (ii) além das duas porções de fita visíveis na parte da frente da caixa, há outras duas de igual comprimento, por trás, que não estão visíveis no desenho; (iii) o comprimento de cada uma das porções que estão à frente e por trás da caixa é igual à altura da caixa; (iv) o comprimento de cada uma das porções de fita que se cruzam no topo e na base da caixa é igual ao diâmetro da caixa; e (v) o comprimento da fita que sobra para fazer o nó e o laço é igual à diferença entre o comprimento da fita que a Matilde comprou e o comprimento total daquelas oito porções de fita.

Além das capacidades de comunicação e de visualização, os alunos necessitavam de saber operar com unidades de medida de comprimento, relacionando metros com centímetros, de efetuar cálculos, e de conhecer o significado do termo *diâmetro*. Alguns alunos não resolveram corretamente o problema, apesar de terem revelado capacidades de comunicação e visualização, por desconhecimento do significado do termo *diâmetro*, que utilizaram como sendo o *raio*. Estes alunos identificaram doze porções de fita: quatro de comprimento igual à altura da caixa e oito de comprimento igual ao diâmetro das bases da caixa, chegando a um comprimento de fita superior ao que era dado no problema, revelando falta de capacidade crítica face à plausibilidade da resposta obtida.

O segundo item mais difícil da prova foi o item 18, de comunicação matemática, no qual apenas 24% das respostas dos alunos foram codificadas com o código máximo e mais de 60% das respostas foram codificadas com código 00 e código X.

A Figura 4 mostra o item 18.

- 18.** As pirâmides têm características geométricas que as distinguem dos prismas; por exemplo:

*O número de arestas das pirâmides é sempre um múltiplo de 2, enquanto o número de arestas dos prismas é sempre um múltiplo de 3.*

Escreve outra característica geométrica das pirâmides que as distinga dos prismas.

---

Figura 4. Item 18 da Prova de Aferição de Matemática do 2.º ciclo de 2011

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

Para responder a este item, os alunos necessitavam de conhecer as características geométricas que distinguem as pirâmides dos prismas e de ser capazes de as comunicar por escrito. Os resultados obtidos neste item revelaram que a capacidade de comunicação de conceitos e ideias matemáticos continua a ser um aspeto da competência matemática em que os alunos revelam dificuldades, essencialmente no que diz respeito à falta de rigor e de clareza da linguagem utilizada.

O item 11, apresentado na Figura 5, é um problema que envolve os conceitos de área e perímetro. A sua resolução requeria o conhecimento de um procedimento para o cálculo da medida do lado de um quadrado dado o seu perímetro e, em seguida, o cálculo da sua área.



11. No chão da sala da Matilde há um tapete com a forma de um quadrado.

O perímetro do tapete é 10 m. A área do chão da sala é  $31,6 \text{ m}^2$ .

Calcula a área da parte do chão da sala que **não está** coberta pelo tapete.

Mostra como chegaste à tua resposta.

---

*Figura 5.* Item 11 da Prova de Aferição de Matemática do 2.º ciclo de 2011

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

Apenas 28% das respostas a este item foram codificadas com o código máximo, em contraste com as 56% de respostas que foram codificadas com código 00. As respostas dos alunos revelaram a existência de graves dificuldades a nível da compreensão dos dois conceitos envolvidos neste problema e das respetivas unidades de medida: as medidas da área da sala e do perímetro do tapete são usadas, com frequência, como medidas de comprimento. A componente da comunicação foi outro dos aspetos que contribuiu para aumentar o insucesso dos alunos: assumir que o tapete é retangular, ignorando uma das condições do problema.

A distribuição das respostas dos alunos pelas opções incorretas nos itens 4.3 e 7, de escolha múltipla, apresentou padrões distintos. No item 4.3, as opiniões dos alunos, que não assinalaram a resposta correta, distribuíram-se de modo equilibrado pelas três opções com respostas incorretas. No item 7, as opiniões dos 29% de alunos que não assinalaram a opção correta dividiram-se essencialmente entre duas das opções com respostas incorretas: cerca de 15% dos alunos assinalaram a segunda opção incorreta ( $180^\circ$ ) como sendo a medida do ângulo suplementar de  $30^\circ$  e cerca de 12% assinalaram a terceira opção incorreta ( $120^\circ$ ).

Os resultados obtidos na área de Geometria e os erros cometidos pelos alunos, nomeadamente, na resolução de problemas e na comunicação de ideias e raciocínios matemáticos reforçam a urgência de os conceitos de área e de perímetro, bem como as respetivas unidades de medida, serem trabalhados em contextos de resolução de problemas, envolvendo a discussão da plausibilidade das soluções obtidas, e de serem criadas situações de aprendizagem favoráveis ao desenvolvimento de um conhecimento compreensivo destes conceitos.

### 5.3. Estatística e Probabilidades

No quadro n.º 10 apresentam-se os três itens da área de Estatística e Probabilidades, as capacidades e conhecimentos matemáticos que avaliam, e uma descrição sumária de cada um. Os itens estão dispostos por ordem crescente da sua dificuldade.

**Quadro n.º 10 – Itens ordenados por índice de dificuldade – Estatística e Probabilidades**

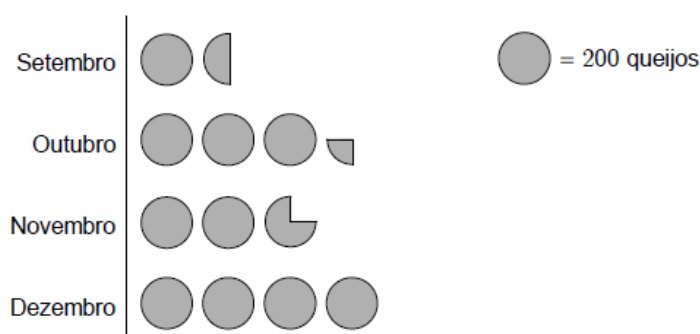
Item	Conhecimentos e capacidades	Descrição sumária
9.1	Conceitos e procedimentos	Ler informação apresentada num pictograma.
9.3	Raciocínio matemático	Identificar o gráfico que representa a informação apresentada num pictograma.
9.2	Conceitos e procedimentos	Calcular a média de dados apresentados num pictograma.

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

Estatística e Probabilidades é a área onde os alunos obtiveram um maior nível de desempenho. A elevada percentagem de sucesso no item 9.1, cerca de 93% de respostas corretas, permite concluir que quase todos os alunos revelam uma boa capacidade para ler informação representada em pictogramas.

O item 9.2, envolvendo o cálculo de uma média aritmética, foi o item desta área onde o desempenho dos alunos foi mais baixo. A Figura 6 mostra o item 9.2 tal como aparece na prova.

9. Numa loja foram vendidos 2300 queijos de Setembro a Dezembro. O pictograma mostra o número de queijos vendidos em cada mês.



- 9.2. Em média, quantos queijos foram vendidos por mês, na loja?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Figura 6. Item 9.2 da Prova de Aferição de Matemática do 2.º ciclo de 2011

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

Cerca de 45% das respostas foram codificadas com o código máximo, valor que é ligeiramente inferior à percentagem de respostas classificadas com código 00 e código X. Para calcular a média do número de queijos vendidos, por mês, os alunos podiam usar um procedimento envolvendo cálculos (dividir os 2300 queijos pelos 4 meses) ou usar uma estratégia de distribuição equitativa dos queijos pelos quatro meses.

Parte das respostas que foram classificadas com o código 00 (cerca de 40%) revelam uma conceção limitada do conceito de média, associada a um método de “adicionar e dividir”. Esta deficiente compreensão do conceito de média tornou-se mais evidente pelo facto de os valores a adicionar e a dividir não estarem muito visíveis no texto: os 2300 queijos surgem logo no início do item e os *quatro* meses não estão explícitos. Muitos alunos calcularam o total de queijos vendidos, cometendo erros de cálculo e/ou leitura dos dados do pictograma, e outros dividiram o número de queijos por um número diferente de *quatro* (número de meses a que se refere a venda dos queijos), dividindo por 12 (os 12 meses de um ano), por 11,5 ou 13 (o número de símbolos inteiros, ou não inteiros, usados no pictograma), ou ainda outros valores menos reveladores do seu significado.

Estes resultados devem alertar para as potencialidades do trabalho com dados estatísticos, recolhidos e interpretados pelos próprios alunos, em resposta a problemas do seu dia-a-dia, na promoção de uma melhor compreensão dos conceitos estatísticos.

#### 5.4. Álgebra e Funções

No quadro 11 pode ver-se, relativamente, aos dois itens da área temática de Álgebra e Funções, as capacidades e conhecimentos matemáticos que avaliam, e uma descrição sumária de cada um. Os itens estão dispostos por ordem crescente da sua dificuldade.

**Quadro n.º 11 – Itens ordenados por índice de dificuldade – Álgebra e Funções**

Item	Conhecimentos e capacidades	Descrição sumária
16.2	Raciocínio matemático	Identificar a lei de formação de uma sequência de figuras geométricas e utilizá-la para determinar um dos seus elementos.
8	Resolução de problemas	Ler e interpretar informação. Desenvolver uma estratégia adequada de resolução de um problema e apresentá-la.

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

O desempenho dos alunos nesta área pode considerar-se razoável: foram codificadas com o código máximo cerca de 58% das respostas dos alunos ao item 16.2 e cerca de 41% das respostas ao item 8. A Figura 7 mostra o item 8, tal como ele aparece na prova.

**8. Durante as férias, a Matilde, a mãe e o pai fizeram um total de 26 chamadas pelo telemóvel.**

**A Matilde fez 5 chamadas e a mãe fez o dobro das chamadas que o pai fez.**

**Quantas chamadas fez a mãe da Matilde?**

**Mostra como chegaste à tua resposta.**

---

*Figura 7. Item 8 da Prova de Aferição de Matemática do 2.º ciclo de 2011*

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.

Trata-se de um problema que requer a elaboração de raciocínios encadeados com base em condições dadas, que estabelecem relações numéricas entre três variáveis, uma das quais é conhecida. Um dos fatores que poderá ter contribuído para aumentar o insucesso neste item, diz respeito à dificuldade dos alunos na comunicação dos seus raciocínios.

Os resultados dos alunos nesta área vieram reforçar a necessidade de serem desenvolvidas tarefas orientadas para a comunicação oral e escrita das ideias e raciocínios matemáticos dos alunos.

## 6. CONCLUSÃO

O desempenho global dos alunos, quando se contabiliza a totalidade de códigos para cada resposta, pode considerar-se estável em relação a 2010, se se atender à média nacional (2010 – 62%; 2011 – 58%). A percentagem de alunos distribuídos pelos dois níveis superiores de classificação final (A e B), que no presente ano se situa em 33%, apresentou um aumento de quatro pontos percentuais, em relação a 2010 (29%).

À semelhança do que tem acontecido em anos anteriores, os alunos continuaram a obter maior sucesso nos itens que avaliam o conhecimento de conceitos e procedimentos e menor nos itens de resolução de problemas: os níveis de desempenho dos alunos foram mais elevados nos itens 9.1 e 9.3, conceitos e raciocínio, respetivamente, da área de Estatística e Probabilidades, com mais de 90% de respostas codificadas com código máximo, e foram mais baixos nos itens 14 e 20, problemas, das áreas de Números e Cálculo, e de Geometria, respetivamente, com percentagens de respostas codificadas com código máximo inferiores a 20%.

O desempenho dos alunos foi mais elevado na área de Estatística e Probabilidades, e mais baixo na área de Números e Cálculo. A média nacional (58%) e a percentagem de alunos classificados nos três escalões superiores (64%) apontam para um razoável desempenho global na prova.

De um modo geral, os resultados obtidos pelos alunos revelam que estes são detentores de um conhecimento de conceitos e procedimentos, e de uma capacidade de raciocínio razoáveis, em particular na área de Estatística e Probabilidades. No entanto, continuaram a evidenciar dificuldades na resolução de problemas contextualizados (quatro dos cinco problemas da prova estão entre os cinco itens de maior insucesso), bem como uma preocupante falta de sentido crítico face à plausibilidade das soluções que apresentaram e uma manifesta dificuldade na comunicação escrita das suas ideias e raciocínios matemáticos.

Assim, é relevante que, não negligenciando o conhecimento e a compreensão de conceitos e procedimentos, os professores proporcionem aos seus alunos frequentes experiências matemáticas envolvendo a resolução de problemas, a partilha e discussão de diferentes estratégias de resolução, a análise do seu significado e a elaboração de registos escritos relatando o trabalho realizado.

## ANEXO

### Descritores dos Itens da Prova

Item	Área temática	Conhecimentos e capacidades	Descrição
1	Geometria	Conceitos e procedimentos	Escrever o número de eixos de simetria de uma figura.
2	Números e Cálculo	Conceitos e procedimentos	Calcular o valor de uma expressão numérica envolvendo racionais não negativos e a prioridade dos parêntesis. Apresentar os passos seguidos ao efetuar o cálculo.
3	Números e Cálculo	Conceitos e procedimentos	Escrever a fração que corresponde a uma parte da unidade.
4.1	Geometria	Conceitos e procedimentos	Escrever o número de vértices de um sólido geométrico, dada uma sua representação.
4.2	Geometria	Conceitos e procedimentos	Escrever o número de arestas de um sólido geométrico, dada uma sua representação.
4.3	Geometria	Raciocínio matemático	Identificar a planificação de um sólido geométrico, dada uma sua representação.
5	Números e Cálculo	Resolução de problemas Raciocínio matemático	Resolver um problema envolvendo o conceito de fração e apresentar a estratégia usada. Efetuar cálculos.
6	Números e Cálculo	Conceitos e procedimentos	Compor um número representado na forma decimal.
7	Geometria	Conceitos e procedimentos	Identificar a medida de um ângulo com base no conhecimento da medida de um ângulo raso.
8	Álgebra e Funções	Resolução de problemas Raciocínio matemático	Ler e interpretar informação. Desenvolver uma estratégia adequada de resolução de um problema e apresentá-la.
9.1	Estatística e Probabilidades	Conceitos e procedimentos	Ler informação apresentada num pictograma.
9.2	Estatística e Probabilidades	Conceitos e procedimentos	Calcular a média de dados apresentados num pictograma.
9.3	Estatística e Probabilidades	Raciocínio matemático	Identificar o gráfico que representa a informação apresentada num pictograma.
10	Números e Cálculo	Comunicação matemática	Identificar a afirmação que traduz a aplicação de um critério de divisibilidade por 4 fornecido.
11	Geometria	Resolução de problemas Raciocínio matemático	Resolver um problema que envolve os conceitos de área e de perímetro. Desenvolver uma estratégia adequada de resolução do problema e apresentá-la. Efetuar cálculos.
12	Números e Cálculo	Conceitos e procedimentos	Escrever uma expressão numérica na forma de potência.
13	Números e Cálculo	Raciocínio matemático	Utilizar o raciocínio proporcional na resolução de uma situação.
14	Números e Cálculo	Resolução de problemas Raciocínio matemático	Resolver um problema envolvendo o conceito de múltiplo de um número e apresentar a estratégia usada.
15	Geometria	Conceitos e procedimentos	Construir um triângulo escaleno, dadas as medidas dos seus lados.
16.1	Números e Cálculo	Conceitos e procedimentos	Identificar um número que é um divisor comum a vários números.
16.2	Álgebra e Funções	Raciocínio matemático	Identificar a lei de formação de uma sequência de figuras geométricas e utilizá-la para determinar um dos seus elementos.
16.3	Geometria	Conceitos e procedimentos	Calcular o perímetro de uma figura geométrica, formada por quadradinhos, dada a medida do lado do quadradinho.
17	Geometria	Raciocínio matemático	Escrever o número de faces invisíveis de um sólido.
18	Geometria	Comunicação matemática	Escrever uma característica geométrica das pirâmides que as distingue dos prismas.

Item	Área temática	Conhecimentos e capacidades	Descrição
19.1	Números e Cálculo	Raciocínio matemático	Resolver uma situação envolvendo cálculos com grandes números e a comparação dos resultados obtidos.
19.2	Números e Cálculo	Raciocínio matemático	Identificar a representação gráfica de um conjunto de números com base na sua comparação.
20	Geometria	Resolução de problemas Raciocínio matemático Comunicação matemática	Resolver um problema que envolve a visualização e o raciocínio espacial, e apresentar a estratégia usada. Efetuar cálculos. Utilizar unidades de medida.
21	Números e Cálculo	Conceitos e procedimentos	Efetuar a divisão de dois números representados na forma de fração e apresentar o resultado na forma de fração irredutível.

Fonte: GAVE – Provas de Aferição 2011.